

1 Abschnittsweise definierte Funktionen

Skizzieren Sie die Graphen folgender abschnittsweise definierter Funktionen. Geben Sie die Wertemenge an.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{für } x < 0 \\ 2 & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ \frac{x^2}{2} & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } g(x) = \begin{cases} |-x-1| & \text{für } x \leq 0 \\ \cos(\pi x) & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } h(x) = \begin{cases} -x^3+3 & \text{für } x \leq 1 \\ x^2+1 & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

2 Zusammengesetzte und verkettete Funktionen

(i) Berechnen Sie für folgende Funktionen f, g jeweils die Abbildungsvorschriften von $f+g, f-g, f \cdot g, \frac{f}{g}$. Bestimmen Sie jeweils auch den maximalen Definitionsbereich.

$$\text{a) } f(x) = x-2; g(x) = 1-2x$$

$$\text{c) } f(x) = x^2-1; g(x) = x-1$$

$$\text{b) } f(x) = \sin(x); g(x) = \cos(x)$$

$$\text{d) } f(x) = \sqrt{1+x}; g(x) = \sqrt{x}$$

(ii) Bestimmen Sie geeignete Funktionen f und g , für die $h = g \circ f$ gilt.

$$\text{a) } h(x) = \ln(x+1)$$

$$\text{b) } h(x) = \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2$$

$$\text{c) } h(x) = \cos^2(x)$$

(iii) Gegeben sind die Funktionen f, g, h mit

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = \sqrt{x}, \quad h(x) = \frac{1}{x}$$

Bestimmen Sie die Abbildungsterme folgender Funktionen. Vereinfachen Sie die Funktionsterme weitmöglichst. Wie groß ist jeweils der maximale Definitionsbereich?

$$\text{a) } g \circ f \text{ und } f \circ g$$

$$\text{b) } f \circ (g+h)$$

$$\text{c) } h \circ (f \cdot g)$$

$$\text{d) } f \circ (g \circ h)$$

3 Kurvendiskussion

(i) Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen ohne Taschenrechner. Bestimmen Sie die Wertemenge.

$$\text{a) } y = |\sin(x)|$$

$$\text{c) } y = e^{\cos(x)}$$

$$\text{e) } y = \frac{x-1}{x+1}$$

$$\text{b) } y = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\text{d) } y = x + |x-1|$$

$$\text{f) } y = \ln(4-x^2)$$

(ii) Untersuchen Sie folgenden Funktionen auf Periodizität und Beschränktheit.

$$\text{a) } \frac{5}{6} \sin(7x+8)$$

$$\text{b) } \frac{1}{4+\sin(x)}$$

(iii) Bestimmen Sie alle Nullstellen, Minima, Maxima und Wendepunkte der Funktion

$$f(x) = x^3 - 39x - 70$$

und skizzieren Sie diese.