

1 Graphen trigonometrischer Funktionen

Berechnen Sie Stützstellen und zeichnen Sie den Graphen.

a) $\sin(x/2)$

c) $\sin\left(\frac{x}{3} - 3\right)$

e) $\tan(1.5x - 1) + 3$

b) $\cos(2x)$

d) $\sin(3x) - \frac{1}{2}$

f) $\cos^2(2x)$

Hinweis: Verwenden Sie zur Vereinfachung in f) ein Additionstheorem (siehe Aufgabe 2).

2 Additionstheoreme

Gegeben seien die Additionstheoreme

$$\sin(a \pm b) = \sin(a) \cos(b) \pm \cos(a) \sin(b)$$

$$\cos(a \pm b) = \cos(a) \cos(b) \mp \sin(a) \sin(b)$$

und $\sin(x)^2 + \cos(x)^2 = 1$.

(i) Berechnen Sie unter Verwendung der Beziehungen und ohne Taschenrechner

a) $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

d) $1 - 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$

b) $\cos(2a)$ ohne Sinus im Ergebnis

e) $\frac{1}{\tan^2(\pi/8) + 1}$

c) $\cos^2\left(\frac{3}{8}\pi\right)$

f) $\cot^2(3\pi/8) - 1$

(ii) Zeigen Sie unter Verwendung der obigen Beziehungen, dass gilt

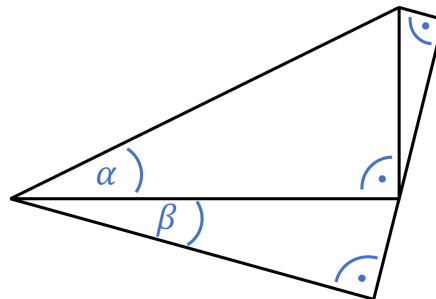
a) $\tan(x \pm y) = \frac{\tan(x) \pm \tan(y)}{1 \mp \tan(x) \tan(y)}$

b) $\cot(x \pm y) = \frac{\cot(x) \cot(y) \mp 1}{\cot(y) \pm \cot(x)}$

wobei $\cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}$.

3 Geometrie der Additionstheoreme

Zeigen Sie die Gültigkeit der Additionstheoreme für Sinus und Cosinus aus Aufgabe 2 anhand des abgebildeten, aus rechtwinkligen Dreiecken zusammengesetzten Körpers.



Viel Spaß beim Lösen. ☺