

## 1 Differenzialrechnung

(i) Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen durch Berechnung der Grenzwerte der Differenzenquotienten.

a)  $x^2 + 1$

c)  $\frac{1}{x}$

e)  $\sin(x)$

b)  $x^3 - 5x^2 + 6x + 2$

d)  $\frac{x}{x-1}$

f)  $\cos(x)$

*Hinweis:* Für  $\epsilon \rightarrow 0$  gilt  $\sin(\epsilon) \rightarrow \epsilon$  und  $\cos(\epsilon) \rightarrow 1$ . Die Terme können im Grenzwert somit ersetzt werden.

(ii) Differenzieren Sie nach  $x$ .

a)  $x^2$

h)  $(4x + 3 \cos^2 x)^5$

o)  $\ln \sqrt{x^3 e^{2x} \ln x}$

b)  $2x^4 - 3x^3 + 7x - 4$

i)  $6^x x^6 \sin x$

p)  $\sin((3 - x^2)^2) + \cos((3 - x^2)^2) + \sin^2(3 - x^2) + \cos^2(3 - x^2)$

c)  $\sqrt[3]{x+4}$

j)  $\ln \sqrt{e^x + x^4}$

d)  $\sqrt{x+1}(x^2 + 1)$

k)  $\sqrt{\frac{2x-3}{4x^2+5}}$

e)  $x^3 + 2x^2 - 4x + 13$

l)  $(e^{2x+3} + 4x + 5)^6$

q)  $\frac{x \sin(ax + b)}{x^2 + 3}$

f)  $x^5 - \frac{2}{x^2}$

m)  $(\sin^2(x) + 1)(\ln(x) + 2)$

g)  $\frac{x}{x^2+5}$

n)  $\frac{x^2+3}{e^{x^2+1}}$

r)  $\left(\frac{x^2+1}{x^2+3}\right)^{\sin(2x)}$

## 2 Kurvendiskussion

(i) Bestimmen Sie die Monotoniebereiche, Extrema und Wertebereiche folgender Funktionen.

a)  $8 - 7x$

c)  $x^3 + 27$

b)  $x^2 + 3x - 28$

d)  $x^3 - 27x$

(ii) Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 9$ . Bestimmen Sie Hoch-, Tief- und Wendepunkte. Untersuchen Sie das Wachstums- und Krümmungsverhalten des Funktionsgraphen und skizzieren Sie diesen.

(iii) Untersuchen Sie für die folgenden Funktionen jeweils rechnerisch, in welchen Bereichen ihre Graphen links- oder rechtsgekrümmt sind.

a)  $x^3 - 9x^2 + 3$

c)  $e^{-x^2}$

e)  $x \ln(x)$

b)  $2x + \frac{1}{x}$

d)  $xe^{-x}$

f)  $\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

Viel Spaß beim Lösen. ☺