

## 1 Grenzwerte und Stetigkeit

(i) Bestimmen Sie das Verhalten der folgenden Funktionen  $f$  mit

$$f(x) =$$

a)  $\frac{3}{x-1}, x \rightarrow \infty$

c)  $\frac{2(x-2)}{x^2-4}, x \rightarrow 2$

e)  $\frac{(x-2)^3}{x^2+1}, x \rightarrow \infty$

b)  $\frac{3}{(x-1)^2}, x \rightarrow 1$

d)  $\frac{2(x-2)}{x^2-4}, x \rightarrow -2$

f)  $\frac{x^2+1}{(x-2)^3}, x \rightarrow \infty$

(ii) Überprüfen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit und geben Sie im Fall von Unstetigkeiten die Grenzwerte an.

a)  $f(x) = 2|x|$

b)  $f(x) = |(x-1)^2|$

c)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

d)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x+1}{x-1}, & x \neq 1 \\ 0, & x = 1 \end{cases}$

e)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ \sqrt{1-x}, & x < 0 \end{cases}$

f)  $\text{sign}(x) = \begin{cases} -1, & x \leq 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$

g)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x^2+x-2}, & x \neq -2 \\ \frac{1}{3}, & x = -2 \end{cases}$

h)  $f(x) = \frac{2x^2+4x-6}{x^2+x-2}$

(iii) Skizzieren Sie mithilfe von Asymptoten und Grenzwerten.

a)  $\frac{2-x^2}{1-x}$

b)  $\frac{x^3-2x+1}{x-2}$

## 2 Partialbruchzerlegung

(i) Vereinfachen Sie durch Partialbruchzerlegung.

a)  $\frac{1}{x^2-25}$

b)  $\frac{x+29}{x^2+3x-28}$

c)  $\frac{3x^2+5x-2}{(x^2+1)(3x+1)}$

(ii) Vereinfachen Sie durch Partialbruchzerlegung. Dividieren Sie dazu die Polynome, um „Grad des Nenners  $\geq$  Grad des Zählers“ zu erhalten.

a)  $\frac{2x^3-x^2-10x+19}{x^2+x-6}$

b)  $\frac{x^4-5x^3+7x^2-13x-10}{x^3-5x^2}$

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

### 3 Reihen

a) Schreiben Sie als Reihe mit Summenzeichen.

a)  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots$

b)  $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + \dots$

c)  $3 + 7 + 11 + 15 + \dots$

d)  $\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \dots$

e)  $2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + \dots$

f)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

b) Leiten Sie die Gaußsche Summenformel her.

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{k(k+1)}{2}$$

Verwenden Sie dazu

$$\sum_{k=1}^n a_{k+1} - a_k = a_{n+1} - a_1$$

und berechnen Sie  $(k+1)^2 - k^2$ .

Viel Spaß beim Lösen. ☺