

1 Differenzialrechnung

(i) Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen durch Berechnung der Grenzwerte der Differenzenquotienten.

a) $x^2 + 1$

c) $\frac{1}{x}$

e) $\sin(x)$

b) $x^3 - 5x^2 + 6x + 2$

d) $\frac{x}{x-1}$

f) $\cos(x)$

Hinweis: Für $\epsilon \rightarrow 0$ gilt $\sin(\epsilon) \rightarrow \epsilon$ und $\cos(\epsilon) \rightarrow 1$. Die Terme können im Grenzwert somit ersetzt werden.

(ii) Differenzieren Sie nach x .

a) x^2

h) $(4x + 3 \cos^2 x)^5$

o) $\ln \sqrt{x^3 e^{2x} \ln x}$

b) $2x^4 - 3x^3 + 7x - 4$

i) $6^x x^6 \sin x$

p) $\sin((3 - x^2)^2) + \cos((3 - x^2)^2) + \sin^2(3 - x^2) + \cos^2(3 - x^2)$

c) $\sqrt[3]{x+4}$

j) $\ln \sqrt{e^x + x^4}$

d) $\sqrt{x+1}(x^2 + 1)$

k) $\sqrt{\frac{2x-3}{4x^2+5}}$

e) $x^3 + 2x^2 - 4x + 13$

l) $(e^{2x+3} + 4x + 5)^6$

q) $\frac{x \sin(ax + b)}{x^2 + 3}$

f) $x^5 - \frac{2}{x^2}$

m) $(\sin^2(x) + 1)(\ln(x) + 2)$

r) $\left(\frac{x^2 + 1}{x^2 + 3}\right)^{\sin(2x)}$

g) $\frac{x}{x^2 + 5}$

n) $\frac{x^2 + 3}{e^{x^2 + 1}}$

2 Kurvendiskussion

(i) Bestimmen Sie die Monotoniebereiche, Extrema und Wertebereiche folgender Funktionen.

a) $8 - 7x$

c) $x^3 + 27$

b) $x^2 + 3x - 28$

d) $x^3 - 27x$

(ii) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^4 - 8x^2 + 9$. Bestimmen Sie Hoch-, Tief- und Wendepunkte. Untersuchen Sie das Wachstums- und Krümmungsverhalten des Funktionsgraphen und skizzieren Sie diesen.

(iii) Untersuchen Sie für die folgenden Funktionen jeweils rechnerisch, in welchen Bereichen ihre Graphen links- oder rechtsgekrümmt sind.

a) $x^3 - 9x^2 + 3$

c) e^{-x^2}

e) $x \ln(x)$

b) $2x + \frac{1}{x}$

d) xe^{-x}

f) $\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

Viel Spaß beim Lösen. ☺